3.　2 次不等式

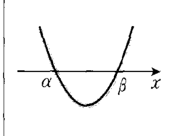
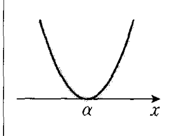
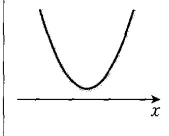
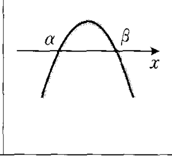
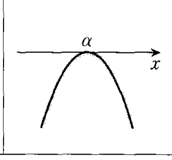
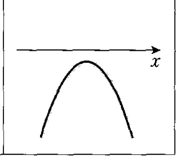
3.1　2 次関数のグラフと　x　軸との位置関係

□　$y=ax^2+bx+c$　と　$ax^2+bx+c=0$

2 次関数　$y=ax^2+bx+c$　(　$a\neq 0$　)のグラフと　x　軸との共有点の　x　座標は, 2 次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の実数解である。したがって, 2 次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフと　x　軸との共有点の個数は, 2 次方程式　$ax^2+bx+c=0$　の異なる実数解の個数(判別式　$D=b^2-4ac$　の符号で判別できる)に等しい。

□このことから, 2 次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフと　x　軸との位置関係は、右のようになる。

□このことは、頂点の　y　座標　$-\dfrac{b^2-4ac}{4}$　の符号からも言える。

判別式の符号	$D=b^2-4ac>0$	$D=b^2-4ac=0$	$D=b^2-4ac<0$
$ax^2+bx+c=0$ の実数解	異なる 2 つの実数解 α, $\beta(\alpha<\beta)$ をもつ	重解 α をもつ	実数解をもたない
$y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸との位置関係	2 点 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ で交わる	1 点 $(\alpha, 0)$ で接する	共有点をもたない
$a>0$ のとき			
$a<0$ のとき			

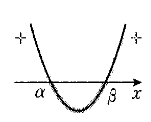
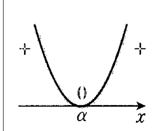
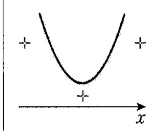
3-2　2 次不等式

□**2 次不等式**　不等式　$ax^2+bx+c>0$　,　$ax^2+bx+c\leq 0$　(　a,b,c　は定数、　$a\neq 0$　)　などを,　x　についての 2 次不等式という。

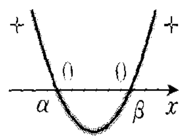
3-3　2 次関数のグラフと 2 次不等式

□　2 次不等式　$ax^2+bx+c>0$　の解は, 2 次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフが　x　軸より上方にあるような　x　の値の範囲である。また, 2 次不等式　$ax^2+bx+c<0$　の解は, 2 次関数　$y=ax^2+bx+c$　のグラフが　x　軸より下方にあるような　x　の他の範囲である。

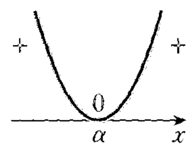
ゆえに, 2 次不等式の解は, 2 次関数のグラフと　x　軸との位置関係から, 右のようになる。

判別式の符号		$D=b^2-4ac>0$	$D=b^2-4ac=0$	$D=b^2-4ac<0$
$ax^2+bx+c=0$ の実数解		異なる 2 つの実数解 $\alpha,\beta(\alpha<\beta)$ をもつ	重解 α をもつ	実数解をもたない
$a>0$	$y=ax^2+bx+c$ のグラフ			
	$ax^2+bx+c>0$ の解	$x<\alpha$, $\beta<x$	α 以外のすべての実数	すべての実数
	$ax^2+bx+c\geqq 0$ の解	$x\leqq\alpha$, $\beta\leqq x$	すべての実数	すべての実数
	$ax^2+bx+c<0$ の解	$\alpha<x<\beta$	解なし	解なし
	$ax^2+bx+c\leqq 0$ の解	$\alpha\leqq x\leqq\beta$	$x=\alpha$	解なし

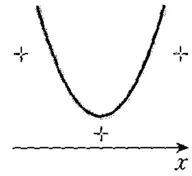
□　2 次関数　$y=(x-\alpha)(x-\beta)$　(　α, β　は実数,　$\alpha<\beta$　)
のグラフは, 右の図のようになるから
　$(x-\alpha)(x-\beta)>0$　の解は　$x<\alpha$　,　$\beta<x$
　$(x-\alpha)(x-\beta)<0$　の解は　$\alpha<x<\beta$



□　2 次関数　$y=(x-\alpha)^2$　(　α　は実数)のグラフは, 右の図のようになるから
　$(x-\alpha)^2>0$　の解は,　$x=\alpha$　を除く全ての実数
　$(x-\alpha)^2\geq 0$　の解は, 全ての実数
　$(x-\alpha)^2<0$　の解は, ない
　$(x-\alpha)^2\leq 0$　の解は、　$x=\alpha$



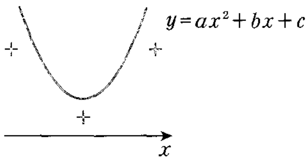
□　2 次関数　$y=a(x-p)^2+q$　(　$a>0,q>0$　)のグラフは,
　右の図のようになるから
　$a(x-p)^2+q>0$　の解は, すべての実数。　$a(x-p)^2+q<0$　の解は, ない



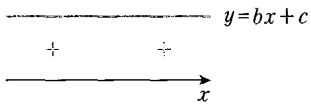
3-4 2 次式の定符号

□ 全ての実数 x に対して不等式 $ax^2+bx+c>0$ が成り立つための条件は、関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフが x 軸より上方にあることである。

$a \neq 0$ のとき



$a=0$ のとき



全ての実数 x に対して $ax^2+bx+c>0$ ⇔ $\begin{cases} a>0 \\ D=b^2-4ac<0 \end{cases}$ または、 $\begin{cases} a=b=0 \\ c>0 \end{cases}$

Check Exercise

3-1 次の 2 次不等式を解け。

(1) $x^2-3x-4 \leq 0$ **(2)** $6x^2-7x-3>0$

(3) $x^2+2x+1>0$ **(4)** $x^2-2x+3>0$

3-2 2 次不等式 $x^2-8x+6<0$ を満たす整数 x の個数を求めよ。

3-3 次の連立不等式を解け。

(1) $\begin{cases} 6x^2-11x+4<0 \\ x^2+x-2>0 \end{cases}$

(2) $\begin{cases} 2x^2<5x+3 \\ x^2+1 \geq 3x \end{cases}$

3-4 直角をはさむ 2 辺の長さの和が 12 m で、面積が 16 m^2 以上の直角三角形の土地がある。その 2 辺の一方長さの範囲を求めよ。

3-5 2 次方程式 $(a-1)x^2+4x+2a=0$ が異なる 2 つの実数解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

==

Check Exercise 解答

3-1 **(1)** $-1 \leq x \leq 4$ **(2)** $x<-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}<x$ **(3)** -1 以外の全ての実数 **(4)** 全ての実数

3-2 7 個

3-3 **(1)** $1<x<\frac{4}{3}$ **(2)** $-\frac{1}{2}<x \leq \frac{3-\sqrt{5}}{2}$, $\frac{3+\sqrt{5}}{2} \leq x<3$

3-4 4 m 以上 8 m 以下

3-5 $-1<a<1$, $1<a<2$

TYPE43　文字係数の 2 次不等式　　　重要度 B　レベル 3

a を定数とするとき、次の 2 次不等式を解け。
$x^2-(a+1)x-a-2>0$

KEY　$(x-\alpha)(x-\beta)>0$ の解は、 α , β の大小で場合分け。

解　与式より、 $x^2-(a+1)x-a-2>0$ ゆえに、 $(x+1)\{x-(a+2)\}>0$

よって、 $-1<a+2$ すなわち $-3<a$ のとき $x<-1$, $a+2<x$
$a+2=-1$ すなわち $a=-3$ のとき $x=-1$ 以外の全ての実数
$a+2<-1$ すなわち $a<-3$ のとき $x<a+2$, $-1<x$

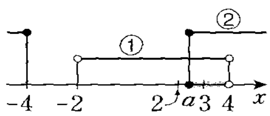
類題 43　a を定数とするとき、2 次不等式 $x^2-3ax+2a^2+a-1>0$ を解け。

TYPE44　連立不等式の整数解　　重要度 A　レベル 4

次の 2 つの不等式を同時に満たす x がちょうど 1 つ存在するように、定数 a の値の範囲を定めよ。
$x^2-2x-8<0$ ･･･①　　$x^2+(4-a)x-4a\geq 0$ ･･･②

KEY　2 つの不等式の解の共通範囲に整数が 1 つだけ含まれる。

解
①より、 $(x-4)(x+2)<0$ ゆえに、 $-2<x<4$
②より、 $(x+4)(x-a)\geq 0$



(1)　$-4<a$ のとき、 $x\leq -4$, $a\leq x$
(2)　$-4=a$ のとき、 ②は $(x-4)^2\geq 0$ で全ての実数。従って①との共通範囲には、
1 個以上の解があるので不適
(3)　$a<-4$ のとき、②は $x\leq a$, $-4\leq x$ 従って、①との共通範囲には
1 個以上の解があるので不適
結局、(1)において、右図より、 $2<a\leq 3$ であれば、ただ一つの整数解 $x=3$ をもち題意を満たす。

類題 44　2 つの不等式 $3x^2+2x-1>0$ ･･･①, $x^2-(a+1)x+a<0$ ･･･②を同時に満たす整数 x が
ちょうど 3 つ存在するように、定数 a の範囲を定めよ。

TYPE45　解からの2次不等式の係数決定　　重要度A　レベル3

2次不等式　$ax^2+bx+4>0$　の解が　$-\dfrac{1}{2}<x<4$　であるように、定数　a,b　の値を定めよ。

KEY　解が　$\alpha<x<\beta$　である2次不等式は　$(x-\alpha)(x-\beta)<0$

解　解が　$-\dfrac{1}{2}<x<4$　である2次不等式は、　$(x-4)\left(x+\dfrac{1}{2}\right)<0$　ゆえ、

$x^2-\dfrac{7}{2}x-2<0$　→　$2x^2-7x-4<0$　両辺に　-1　を掛けると、　$-2x^2+7x+4>0$

従って、与式と係数を比較して、　$a=-2,b=7$

[別解]　2次関数　$y=ax^2+bx+4$　のグラフが、上に凸で、　x　軸と2点　$\left(-\dfrac{1}{2},0\right)$　$(4,0)$　で交わればよいから、　$a<0$　,　$\dfrac{1}{4}a-\dfrac{1}{2}b+4=0$　,　$16a+4b+4=0$　これを解いて、　$a=-2$　、　$b=7$　としてもよい。

類題45　2次不等式　$ax^2+5x+b<0$　の解が　$x<-\dfrac{1}{3}$　,　$2<x$　であるように、定数　a、b　の値を定めよ。

TYPE46　2つの2次方程式の解の判別　重要度B　レベル2

2つの2次方程式　$x^2+2ax-2a=0$　・・・①　$x^2+(a-1)x+a^2=0$　・・・②の少なくとも一方が実数解をもつように、実数　a　の値の範囲を定めよ。

KEY　①、②が実数解をもつ範囲を合わせる。(和集合を求める)

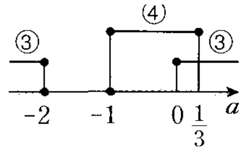
解　①の判別式を　D_1　とすると、①が実数解をもつための条件は

$D_1=4a^2+8a=4a(a+2)\geq 0$　ゆえに　$a\leq -2$　,　$0\leq a$　・・・③

②の判別式を　D_2　とすると、②が実数解をもつための条件は

$D_2=(a-1)^2-4a^2=-3a^2-2a+1\geq 0$

→　$3a^2+2a-1=(3a-1)(a+1)\leq 0$　ゆえに　$-1\leq a\leq \dfrac{1}{3}$　・・・④



③、④の少なくとも一方が実数解をもつ条件は、

$a\leq -2$　,　$-1\leq a$

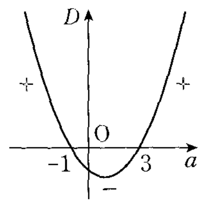
類題46　2つの2次方程式　$x^2+(a+1)x+a^2=0$　・・・①,　$x^2+2ax+2a=0$　・・・②ともに実数解をもつように、実数　a　の値の範囲を定めよ。

TYPE47　2 次関数のグラフと　x　軸との位置関係　　重要度 B　レベル 2

a　を定数とするとき、放物線　$y=x^2-(a-1)x+1$　と　x　軸との共有点の個数を調べよ。

KEY　$y=0$　として得られる　x　の 2 次方程式の判別式の符号を調べる。

解　$x^2-(a-1)x+1=0$　の判別式を D とすると、
$D=(a-1)^2-4>0$　のとき、　$(a-3)(a+1)>0$　のとき、
即ち、　$a<-1$　,　$3<a$　のとき　2 個
$D=0$　のとき、すなわち、　$a=3$　または　$a=-1$　のとき、重解で 1 個
$D<0$　のとき、すなわち、　$-1<a<3$　のとき、共有点 0 個



類題 47　放物線　$y=x^2-8x+3a+1$　が　x　軸に接するように、定数　a　の値を定めよ。

TYPE48　　放物線と直線の位置関係　　重要度 B　レベル 2

放物線　$y=x^2+3ax+a+1$　と直線　$y=ax-4a+5$　が接するように、定数　a　の値を定めよ。

y　を消去して得られる　x　の 2 次方程式の判別式を用いる。

解　$y=x^2+3ax+a+1=ax-4a+5$　より、　$x^2+2ax+5a-4=0$　・・・①
題意より、①が重解をもつから、　$D=4a^2-4(5a-4)=4a^2-20a+16=4(x-1)(x-4)=0$
よって、　$a=1$　または　4

類題 48
(1)　放物線　$y=x^2-3x+2$　と直線　$y=2x+a$　が 2 点で交わるように、定数　a　の値の範囲を定めよ。

(2)　2 つの曲線　$y=(x-1)^2-a$　,　$y=a(x+1)^2+1$　が共有点をもつように、定数　a　の範囲を定めよ。

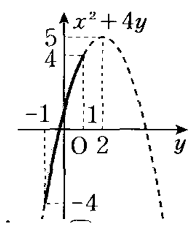
TYPE49　条件付きの 2 次関数の最大・最小(2)　　重要度 B　レベル 4

実数　x,y　が　$x^2+y^2=1$　をみたすとき、　x^2+4y　の最大値と最小値を求めよ。

KEY　条件式を用いて　x　を消去する。　$x^2\geq 0$　に注意

解　$x^2+y^2=1$　より、　$x^2=1-y^2\geq 0$　よって、　$y^2-1\leq 0$　より、　$-1\leq y\leq 1$

従って、　$x^2+4y=(1-y^2)+4y=-y^2+4y+1=-(y-2)^2+5$
軸　$y=2$　は定義域外ゆえ、最大値は　$y=1$　のとき、　4　、
最小値は　$y=-1$　のとき、　-4



類題 49　実数　x, y　が　$x^2+2y^2=1$　を満たすとき、　$2x+3y^2$　の最大値と最小値を求めよ。

TYPE50　実数条件と最大･最小　　重要度 B　レベル 4

実数　x, y　が　$x^2+y^2=5$　を満たすとき、　$x-2y$　の最大値と最小値を求めよ。

KEY　与式=K とおいて得られる方程式が実数解をもつ条件を考える。

解　$x-2y=K$　とおくと、　$x=K+2y$　これを、　$x^2+y^2=5$　に代入すると、

$(K+2y)^2+y^2-5=K^2+4Ky+4y^2+y^2-5=5y^2+4Ky+K^2-5=0$　･･･①

y　は実数であるから、　y　に関する 2 次方程式①が実数解をもつ条件は、　$D \geq 0$

$D=(4K)^2-4\cdot 5(K^2-5)=16K^2-20K^2+100=-4(K^2-25) \geq 0$　→　$K^2-25 \leq 0$

よって、　$(K-5)(K+5) \leq 0$　→　$-5 \leq K \leq 5$

最小値　$K=-5$　のとき、　①は　$5y^2-20y+25-5=5(y-2)^2=0$　より、　$y=2$　, このとき、　$x=-1$

最大値　$K=5$　のとき、①は　$5y^2+20y+20=5(y+2)^2=0$　より、　$y=-2$　このとき　$x=1$

類題 50　実数　x, y　が　$x^2+4xy+5y^2=1$　･･･①を満たすとき、　$2x+3y$　の最大値と最小値を求めよ。

TYPE51　分数関数の値域　　重要度 C　レベル 5

$\dfrac{x^2+x-1}{x^2-x+1}$　の値域を求めよ。

KEY　与式=K とおいて得られる　x　の方程式が実数解をもつ条件を考える。

解　$\dfrac{x^2+x-1}{x^2-x+1}=K$　とおくと、　$(K-1)x^2-(K+1)x+K+1=0$　･･･①

$K=1$　のとき、①は　$x=1$　･･･②

$K \neq 1$　のとき、①の方程式において、　x　は実数解をもつから、

$D=(K+1)^2-4(K-1)(K+1)=K^2+2K+1+4K^2-4=5K^2+2K-3 \geq 0$

→　$(5K-3)(K+1) \geq 0$　→　$-1 \leq K \leq \dfrac{3}{5}$　･･･③

②, ③より、与式の値域は　$-1 \leq K \leq \dfrac{3}{5}$

類題 51　$\dfrac{x}{x^2+x+1}$ の最大値と最小値を求めよ。

TYPE52　2 次不等式の解の存在条件　　重要度 B　レベル 3

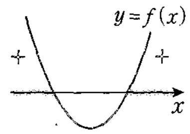
2 次不等式　$ax^2+(a-1)x+a>0$　が解をもつように、定数　a　の範囲を定めよ。

KEY　y　=左辺とおいたグラフに　x　軸より上の部分があればよい。

解　$y=ax^2+(a-1)x+a$　・・・①とおくとき、

2 次不等式ゆえ、　$a\neq 0$

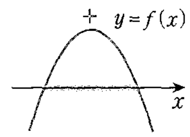
(1)　$a>0$　のとき、　x　軸より上の部分が必ず存在する。



(2)　$a<0$　のとき、　x　軸より上の部分が存在するには、①が実数解をもつこと。

よって、　$D=(a-1)^2-4a^2=-3a^2-2a+1>0$　→　$(3a-1)(a+1)<0$

∴　$-1<a<\dfrac{1}{3}$　　$a<0$　より、　$-1<a<0$



(1)(2)より、　$-1<a$　(　$a\neq 0$　)　　または、　$-1<a<0$　,　$0<a$

類題 52　不等式　$x^2+2ax+5\leq -x^2+(a-1)x-5$　を満たす　x　が存在するように、定数　a　の値の範囲を定めよ。

TYPE53　絶対不等式（2 次式の定符号）　重要度 A　レベル 3

全ての実数　x　に対して不等式　$ax^2-2ax+3>0$　が成り立つように、定数　a　の値の範囲を定めよ。

KEY　y　=左辺とおいたグラフが　x　軸より上方にあればよい。

解　題意より、

$a=0$　・・・①のとき、　$3>0$　で全ての実数　x　について成り立つ。

$a>0$　・・・②であって、　$D<0$　・・・③であればよい。

③より、　$D=4a^2-12a=4a(a-3)<0$　→　$0<a<3$

よって、①②③を同時に満たす範囲は　$0\leq a<3$

類題 **53**　全ての実数 x に対して次の不等式が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

$$(a+3)x^2+(a-2)x+(a+3)\leq 0$$

TYPE54　2 次方程式が常に実数解をもつ条件　　重要度 B　レベル 4

2 次方程式 $x^2-5x+6=k(x-a)$ が全ての実数 k に対して実数解をもつように、実数 a の値の範囲を定めよ。

KEY　全ての実数 k に対して判別式≧**0**

解　与式を整理すると、 $x^2-(5+k)x+(6+ka)=0$

x が実数解をもつ条件は、 $D\geq 0$ より、 $D=(5+k)^2-4(6+ka)=k^2+2(5-2a)k+1\geq 0$ ・・・①

①が全ての実数 k に対して成り立つには、

①の判別式が $D_k=4(5-2a)^2-4\leq 0$ → $-1\leq 5-2a\leq 1$ → $-6\leq -2a\leq -4$

よって、 $2\leq a\leq 3$

即ち、 $2\leq a\leq 3$ であれば、①は全ての k に対して成り立ち、従って、全ての実数 k に対して、実数解をもつ。

類題 **54**　**2** 次方程式 $x^2+(k+a)x+k^2+a=0$ が全ての実数 k に対して実数解をもたないように、実数 a の値の範囲を定めよ。

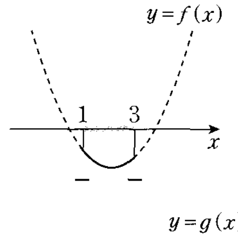
TYPE55　区間における 2 次式の定符号　重要度 B　レベル 5

(1)　$1\leq x\leq 3$ を満たす全ての実数 x に対して、不等式 $x^2-(a-1)x-3<0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

(2)　$x>1$ を満たす全ての実数 x に対して、不等式 $x^2-2ax+3a>0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

KEY　区間におけるグラフと x 軸との上下関係を考える。

解



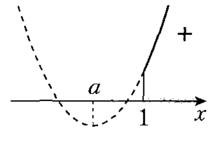
(1)　$1\leq x\leq 3$ において、 $f(x)=x^2-(a-1)x-3<0$ となるには、

右図のように、 $f(1)$ 、 $f(3)$ の値が負であればよいから、

$f(1)=1-(a-1)-3=-a-1<0$ → $-1<a$ ・・・①

$f(3)=9-3(a-1)-3=9-3a<0$ → $3<a$ ・・・②

①、②を同時に満たす範囲は、 $3<a$

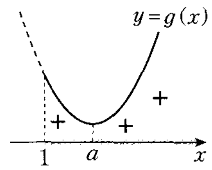


(2)　$1<x$ において、 $g(x)=x^2-2ax+3a>0$

$g(x)=(x-a)^2-a^2+3a$ と書けるから、

①　$a\leq 1$ のとき、右図上のように、 $g(1)\geq 0$ であるば良い

∴　$1-2a+3a\geq 0$ → $-1\leq a$　従って、 $-1\leq a\leq 1$



②　$1<a$ のとき、右図下のように、 $f(a)=-a^2+3a=a(3-a)>0$

∴　$(a-3)a<0$ → $0<a<3$　従って、 $1<a<3$

①、②より、 $-1\leq a<3$

類題 **55**

(1) $-1\leq x\leq 2$ を満たす全ての実数 x に対して、不等式 $ax^2-2ax+1>0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

①

(2) $4<x<6$ を満たす全ての x に対して、不等式 $x^2-2ax+a+6>0$ が成り立つように、定数 a の値の範囲を定めよ。

TYPE56 2 次方程式の解と数の大小 重要度 A レベル 4

2 次方程式 $x^2-2ax+a+2=0$ の **2** つの解が次の条件を満たすように、実数 a の値の条件を定めよ。

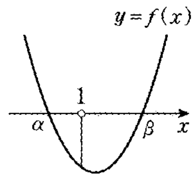
(1) 1 つの解が **1** より大きく、他の解が **1** より小さい

(2) 2 つの解がともに **1** より大きい。

(3) 1 つの解が **1** で、他の解が **1** より大きい。

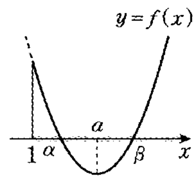
KEY $f(x)=0$ の実数解は $y=f(x)$ と x 軸との共有点の x 座標

解



(1) これを満たす条件は、 $f(1)<0$ より、

$f(1)=1-2a+a+2=-a+3<0$ よって、 $3<a$



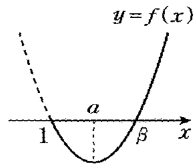
(2) これを満たす条件は、 $f(x)=(x-a)^2-a^2+a+2$ と書けるから、

軸 $x=a>1$ ・・・① 、 $f(1)>0$ ・・・② 、 最小値 $-a^2+a+2\leq 0$ ・・・③

②より、 $f(1)=-a+3>0$ → $a<3$ 、

③より、 $a^2-a-2=(a-2)(a+1)\geq 0$ → $a\leq -1$, $2\leq a$

①、②、③より、 $2\leq a<3$



(3) これを満たすもう一つの解を α とすると、

$(x-1)(x-\alpha)=x^2-(1+\alpha)x+\alpha=x^2-2ax+a+2$ ・・・① $(1<\alpha)$

①の係数を比較すると、 $1+\alpha=2a$ 、 $\alpha=a+2$

これを解いて、 $a=3$ 、 $\alpha=5$

類題 **56**

(1) 2 次方程式 $x^2+2ax-2a=0$ の **1** つの解が -2 と 0 の間にあり、他の解が 0 と 2 の間にあるように、実数 a の値の範囲を定めよ。

(2) 2 次方程式 $x^2-2ax+6+a=0$ が **1** より大きい相異なる **2** つの実数解をもつように、実数 a の値の範囲を定めよ。

★TYPE57 2次方程式の実数解の存在範囲　重要度C レベル5

定数 a が $a>0$ の範囲にあるとき、2次方程式 $x^2-2(a+1)x-a^2=0$ の実数解の値の範囲を求めよ。

KEY a についての2次方程式とみたとき、$a>0$ の範囲に解をもつ条件を考える。

解　方程式 $x^2-2(a+1)x-a^2=0$ が実数解 β を持つとすると、

$\beta^2-2(a+1)\beta-a^2=0 \rightarrow -a^2-2\beta a+\beta^2-2\beta=a^2+2\beta a-\beta^2+2\beta=0$ ･･･①

a に関する2次方程式①が $a>0$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつような β の範囲を求めればよい。

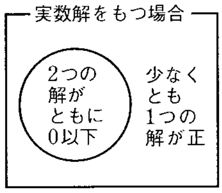
①が実数解をもつ条件は、

$D=4\beta^2-4(-\beta^2+2\beta)=8\beta(\beta-1)\geq 0 \rightarrow \beta\leq 0\ ,\ 1\leq\beta$ ･･･②

①の二つの実数解が2つ共に負である条件は、(∵ $a>0$ で少なくとも一つの実数解をもつための補集合)

(ⅰ) 軸 $a=-\beta\leq 0 \rightarrow \beta\geq 0$

(ⅱ) $a=0$ のとき、$-\beta^2+2\beta\geq 0 \rightarrow \beta(\beta-2)\leq 0 \rightarrow 0\leq\beta\leq 2$



共通範囲は、$0\leq\beta\leq 2$ ･･･③

②の範囲から、③の補集合を除く範囲は、$\beta<0\ ,\ 2<\beta$

即ち、x の実数解の範囲は、$x<0$ 、$2<x$ であれば、

$a>0$ の範囲で少なくとも一つの実数解をもつ。

$\dfrac{\beta^2}{2}-2\beta-6\leq 0 \rightarrow \beta^2-4\beta-12=(\beta+2)(\beta-6)\leq 0 \rightarrow -2\leq\beta\leq 6$ ･･･③’

★類題57

(1) a を実数とする。2次方程式 $x^2-4ax+a^2+1=0$ ･･･①が実数解をもつとき、その実数解の値の範囲を求めよ。

(2) 定数 a が $0<a<2$ の範囲にあるとき、2次方程式 $x^2-2(a+1)x+2a^2-6=0$ ･･･①の実数解の値の範囲を求めよ。