

33 三角形の面積

1 三角形の面積 S

2 辺とその間の角について

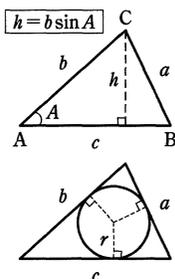
$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2}ca \sin B = \frac{1}{2}ab \sin C$$

3 辺と内接円の半径 r について

$$S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

参考 ヘロンの公式

$$S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} \quad (2s = a+b+c)$$



2 空間図形と三角比

① 平面上の図形に分解して、三角形の問題に帰着させる。

② 角錐の体積 底面積 S 、高さ h の角錐の体積 V は $V = \frac{1}{3}Sh$



330 次のような $\triangle ABC$ の面積を求めよ。

- * (1) $b=7, c=8, A=45^\circ$ (2) $a=4, b=5, C=120^\circ$
 * (3) $a=4, b=5, c=6$ (4) $c=10, A=60^\circ, B=60^\circ$
 * (5) $a=2, b=\sqrt{6}-\sqrt{2}, A=105^\circ, B=30^\circ$

331 (1) $\triangle ABC$ において $a=6, C=30^\circ$ 、面積 $S=8$ のときの b の値を求めよ。

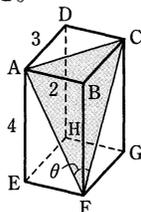
(2) 四角形 $ABCD$ において $AB=3, BC=\sqrt{3}, CD=1, DA=1, \angle B=30^\circ, \angle D=120^\circ$ のときの面積を求めよ。

*332 (1) 半径 4 の円に内接する正六角形の面積を求めよ。

(2) 半径 4 の円に内接する正 n 角形の面積を n を用いて表せ。

*333 右の図のような、 $AB=2, AD=3, AE=4$ である直方体 $ABCD-EFGH$ がある。 $\angle AFC = \theta$ とするとき、次の値を求めよ。

(1) $\cos \theta$ の値 (2) $\sin \theta$ の値 (3) $\triangle AFC$ の面積



Aの
まとめ

334 $\triangle ABC$ において、 $b=3, c=4, A=60^\circ$ のとき

- (1) 面積 S を求めよ。 (2) BC の長さを求めよ。
 (3) A から辺 BC に下ろした垂線 AH の長さを求めよ。

外接円・内接円の半径

例題 41

$\triangle ABC$ において、 $a=14, b=15, c=13$ のとき

(1) 外接円の半径 R を求めよ。(2) 内接円の半径 r を求めよ。

指針 三角形の面積と外接円、内接円

外接円の半径 R ← 正弦定理 $\frac{a}{\sin A} = 2R$ を利用

内接円の半径 r ← 三角形の面積 $S = \frac{1}{2}bc \sin A, S = \frac{1}{2}r(a+b+c)$

解答

(1) 余弦定理から $\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{15^2 + 13^2 - 14^2}{2 \cdot 15 \cdot 13} = \frac{33}{65}$

$0^\circ < A < 180^\circ$ から $\sin A > 0$

ゆえに $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \left(\frac{33}{65}\right)^2} = \frac{56}{65}$

正弦定理から $\frac{a}{\sin A} = 2R$ よって $R = \frac{a}{2\sin A} = \frac{65}{8}$ 圈

(2) $\triangle ABC$ の面積を S とすると $S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 13 \cdot \frac{56}{65} = 84$

また、内接円の中心を I とすると

$$S = \triangle IBC + \triangle ICA + \triangle IAB = \frac{1}{2}ar + \frac{1}{2}br + \frac{1}{2}cr = \frac{1}{2}r(a+b+c)$$

ゆえに $r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 84}{14+15+13} = 4$ 圈

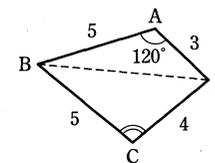


*335 $\triangle ABC$ において、 $a=7, b=3, c=5$ のとき、次の値を求めよ。

- (1) $\cos A$ の値 (2) $\triangle ABC$ の面積 S
 (3) 外接円の半径 R (4) 内接円の半径 r

336 右の図のような四角形 $ABCD$ において、次の値を求めよ。

- (1) BD の長さ (2) $\cos C$ の値
 (3) 四角形 $ABCD$ の面積



発展

337 次のような $\triangle ABC$ の面積をヘロンの公式 (p. 72 の要領 1) の参考) を利用して求めよ。

- * (1) $a=5, b=6, c=7$ (2) $a=14, b=20, c=26$

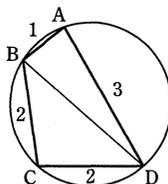
内接四角形の面積

例題 42

四角形 ABCD が円に内接し、 $AB=1, BC=2, CD=2, DA=3$ であるとき、BD の長さを求めよ。また、四角形 ABCD の面積 S を求めよ。

指針 内接四角形 $A+C=180^\circ \rightarrow \cos A = \cos(180^\circ - C) = -\cos C$
 対角線の長さ $BD^2 = BC^2 + CD^2 - 2BC \cdot CD \cos C$
 $BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A$

解答 $\triangle ABD$ に余弦定理を適用すると
 $BD^2 = 1^2 + 3^2 - 2 \cdot 1 \cdot 3 \cos A = 10 - 6 \cos A \dots\dots ①$
 $\triangle BCD$ に余弦定理を適用すると
 $BD^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot 2 \cos C = 8 - 8 \cos C \dots\dots ②$
 ところで、四角形 ABCD は円に内接するから
 $A+C=180^\circ$ よって $C=180^\circ - A \dots\dots ③$
 ①~③ から $10 - 6 \cos A = 8 - 8 \cos C = 8 - 8 \cos(180^\circ - A) = 8 + 8 \cos A$
 よって $14 \cos A = 2$ $\cos A = \frac{1}{7}$ ① に代入して $BD^2 = \frac{64}{7}$
 $BD > 0$ であるから $BD = \sqrt{\frac{64}{7}} = \frac{8\sqrt{7}}{7}$ 答
 また、 $\cos A = \frac{1}{7}$ から $\sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \frac{4\sqrt{3}}{7}$
 $S = \triangle ABD + \triangle BCD = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 \sin A + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \sin C$
 $= \frac{3}{2} \sin A + 2 \sin(180^\circ - A) = \frac{7}{2} \sin A = \frac{7}{2} \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7} = 2\sqrt{3}$ 答



B

338 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=5, BC=7, \angle D=120^\circ$ とする。次の値を求めよ。

- (1) AC の長さ (2) 円の半径 (3) $\triangle ABC$ の面積

339 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=4, BC=3\sqrt{2}, CD=2, \angle B=45^\circ$ とする。次の値を求めよ。

- (1) AC の長さ (2) AD の長さ (3) 四角形 ABCD の面積

*340 円に内接する四角形 ABCD において、 $AB=2, BC=2, CD=3, DA=4$ とする。次の値を求めよ。

- (1) AC の長さ (2) 四角形 ABCD の面積
 (3) 2つの対角線 AC と BD の交点を E とすると $BE : ED$ の比

頂点から平面へ下ろした垂線の長さ

例題 43

四面体 ABCD において、 $DA=4, DB=8, DC=12$
 $\angle ADB = \angle ADC = \angle BDC = 90^\circ$ のとき、次の値を求めよ。
 (1) 四面体 ABCD の体積 V (2) $\triangle ABC$ の面積 S
 (3) 頂点 D から平面 ABC へ下ろした垂線の長さ d

指針 四面体の体積 (底面積) \times (高さ) $\div 3$
 垂線の長さ 体積を 2 通りで表す。ここでは
 $V = \triangle BCD \times AD \div 3, V = \triangle ABC \times d \div 3$

解答 (1) $V = (BD \times CD \div 2) \times AD \div 3 = (8 \times 12 \div 2) \times 4 \div 3 = 64$ 答

(2) 三平方の定理から $AB = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$

同様に、 $BC = 4\sqrt{13}, AC = 4\sqrt{10}$

$\angle BAC = \theta$ とすると、余弦定理から

$$\cos \theta = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot AC} = \frac{(4\sqrt{5})^2 + (4\sqrt{10})^2 - (4\sqrt{13})^2}{2 \cdot 4\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{50}}$$

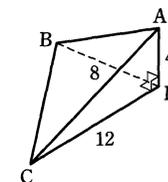
$0^\circ < \theta < 180^\circ$ であるから $\sin \theta > 0$

$$\text{よって } \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\sqrt{50}}\right)^2} = \frac{7}{\sqrt{50}}$$

$$\text{したがって } S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \sin \theta = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10} \cdot \frac{7}{\sqrt{50}} = 56 \text{ 答}$$

(3) $V = S \times d \div 3$ と表されるから、(1)、(2)により

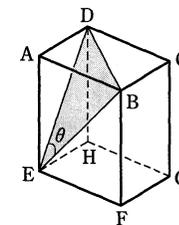
$$64 = 56 \times d \div 3 \text{ よって } d = \frac{24}{7} \text{ 答}$$



B

*341 $AB = \sqrt{2}, AD=1, AE = \sqrt{3}$ の直方体 ABCD-EFGH がある。 $\angle DEB = \theta$ として、次の値を求めよ。

- (1) 四面体 ABDE の体積 (2) $\triangle BDE$ の面積
 (3) 頂点 A から平面 BDE へ下ろした垂線の長さ



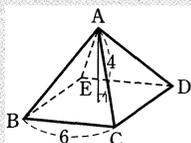
*342 $PA=PB=PC=3, AB=2, BC=3, CA=\sqrt{7}$ である三角錐 PABC がある。頂点 P から底面 ABC へ下ろした垂線と底面 ABC との交点を H とする。次の値を求めよ。

- (1) AH の長さ (2) PH の長さ
 (3) $\triangle ABC$ の面積 (4) 三角錐 PABC の体積

内接球の半径

例題 44

1 辺の長さが 6 の正方形を底面とする高さ 4 の正四角錐 A-BCDE がある。この正四角錐に内接する球の半径を求めよ。



指針 内接球の半径 正四角錐の体積 V を 2 通りで表す。

$$V = (\text{正方形 BCDE}) \times (\text{高さ } 4) \div 3$$

$$V = (O\text{-BCDE}) + (O\text{-ABC}) \times 4 \quad (O \text{ は内接球の中心})$$

解答 正四角錐 A-BCDE の体積を V とすると

$$V = (\text{正方形 BCDE}) \times (\text{高さ}) \div 3 = 6^2 \times 4 \div 3 = 48 \quad \dots \textcircled{1}$$

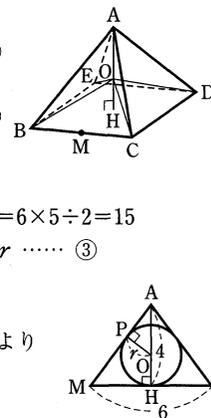
一方、内接する球の中心を O 、半径を r とすると

$$V = (O\text{-BCDE}) + (O\text{-ABC}) \times 4 \quad \dots \textcircled{2}$$

ところで、点 A から底面 $BCDE$ に下ろした垂線を AH とすると $AH=4$ 、 $HB=3\sqrt{2}$ から $AB=\sqrt{34}$
 BC の中点を M とすると $AM=5$ よって $\triangle ABC=6 \times 5 \div 2 = 15$
 したがって、 $\textcircled{2}$ から $V=6^2 \times r \div 3 + 15 \times r \div 3 \times 4 = 32r \quad \dots \textcircled{3}$

$$\textcircled{1}, \textcircled{3} \text{ から } 48 = 32r \quad \text{よって } r = \frac{3}{2} \quad \text{答}$$

(別解) 3 点 A, H, M を通る平面の断面(右の図)により $\triangle AOP \sim \triangle AMH$ から $(4-r) : r = 5 : 3$



343 $AB=1, AD=2, AE=3$ の直方体 ABCD-EFGH がある。

- (1) $\triangle AFC, \triangle BAF, \triangle BFC, \triangle BAC$ の面積を求めよ。
- (2) 四面体 B-AFC の体積を求めよ。
- (3) 四面体 B-AFC に内接する球の半径を求めよ。

*344 1 辺の長さが 12 の正四面体 TABC がある。

- (1) T から平面 ABC に下ろした垂線を TH とする。H は $\triangle ABC$ の外心であることを示して AH の長さを求めよ。
- (2) 正四面体の体積を求めよ。
- (3) 正四面体に内接する球の半径を求めよ。

345 $PA=PB=PC=2, AB=2\sqrt{2}, BC=2, CA=2\sqrt{3}$ である三角錐 PABC がある。次のものを求めよ。

- (1) 三角錐 PABC の体積
- (2) 三角錐 PABC に内接する球の半径

34 第3章 演習問題

角の二等分線

例題 45

$\triangle ABC$ において、 $A=60^\circ, b=8, c=4$ とし、頂角 A の二等分線と辺 BC の交点を D とする。
 (1) $BD : DC$ を求めよ。 (2) 線分 AD の長さを求めよ。

指針 角の二等分線の性質 面積を利用するとよい。

- (1) $BD : DC = \triangle ABD : \triangle ADC$ に着目。
 なお、図形の性質からも一般に $AB : AC = BD : DC$ が成り立つ。
- (2) $\triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC$ に着目。

解答

$$\triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \sin 30^\circ = AD, \quad \triangle ADC = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot 8 \sin 30^\circ = 2AD$$

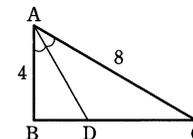
$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 \sin 60^\circ = 8\sqrt{3}$$

$$(1) \quad BD : DC = \triangle ABD : \triangle ADC = AD : 2AD = 1 : 2 \quad \text{答}$$

$$(2) \quad \triangle ABC = \triangle ABD + \triangle ADC \text{ から}$$

$$8\sqrt{3} = AD + 2AD$$

$$\text{よって } AD = \frac{8\sqrt{3}}{3} \quad \text{答}$$

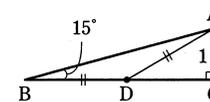


*346 $b=4, c=7, A=90^\circ$ の直角三角形 ABC がある。頂角 A の二等分線が底辺 BC と交わる点を D とする。 AD の長さを求めよ。

*347 $a=5, b=6, c=4$ の $\triangle ABC$ がある。頂角 A の二等分線と辺 BC の交点を D 、辺 BC の中点を M とするとき、線分 AD, AM の長さを求めよ。

*348 右の図のような $AC=1, B=15^\circ, C=90^\circ$ の直角三角形 ABC において、辺 BC 上に $AD=BD$ となる点 D をとる。

- (1) $\triangle ABD$ の各辺の長さを求めよ。
- (2) $\sin 15^\circ, \sin 75^\circ, \cos 105^\circ$ の値を求めよ。



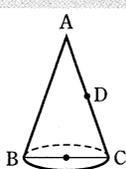
ヒント 346 例題 45 参照。

347 線分 $AD \rightarrow$ 例題 45 指針参照。また余弦定理を利用。
 線分 $AM \rightarrow$ 余弦定理を利用。問題 318 参照。

最短経路

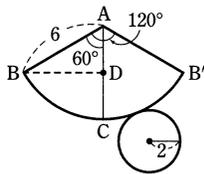
例題 46

底面の半径2、母線の長さ6の直円錐がある。右の図のように頂点をA、底面の円の直径をBC、ACの中点をDとする。Bから直円錐の側面を通ってDに至る最短距離を求めよ。



指針 空間図形の最短経路 展開図で考える。

解答 直円錐の側面を母線ABから切り開いてできる扇形ABB'において、線分BDの長さが求めるものである。扇形ABB'の中心角を x° とすると、扇形の弧BB'の長さと底面の円周の長さは等しいから



$$2\pi \cdot 6 \times \frac{x}{360} = 2\pi \cdot 2 \quad \text{よって } x = 120$$

$\angle BAB' = 120^\circ$ であるから $\angle BAD = 60^\circ$

$\triangle ABD$ において余弦定理から

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos 60^\circ = 6^2 + 3^2 - 2 \cdot 6 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 27$$

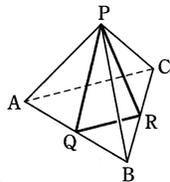
$BD > 0$ であるから $BD = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$ 圈

(別解) $\triangle ABD$ は3辺の比が $1 : 2 : \sqrt{3}$ の直角三角形から $BD = 3\sqrt{3}$

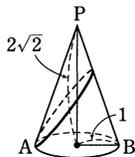
B

- *349 縦、横、高さがそれぞれ4, 6, 8の直方体 ABCD-EFGH がある。
 (1) 頂点Aから頂点Gまでの距離を求めよ。
 (2) 直方体の表面を通して、頂点Aから頂点Gまでの最短距離を求めよ。

- 350 四面体 PABC において、 $PA = PB = PC = 3\sqrt{2}$, $AB = BC = CA = 6$ とする。AB上に点Q, BC上に点Rをとり、 $PQ + QR + RP$ が最小となるときの値を求めよ。



- *351 底面の半径が1, 高さが $2\sqrt{2}$ の直円錐がある。右の図のように頂点をP, 底面の直径をABとすると、点Aから直円錐の側面を通り、1周まわって点Aに戻るときの最短距離を求めよ。



ヒント 349~351 展開図で考える。

三角比の最大・最小

例題 47

$0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $y = \sin^2 \theta - \cos \theta$ について

- (1) $y = \sin^2 \theta - \cos \theta$ の最大値, 最小値を求めよ。
 (2) $\sin^2 \theta - \cos \theta = a$ が解をもつとき a の値の範囲を定めよ。

指針 2種類の三角比 1種類の三角比で表す。 $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$ を利用する。

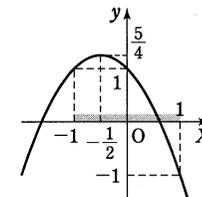
解答 (1) $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ から $\sin^2 \theta = 1 - \cos^2 \theta$
 よって $y = \sin^2 \theta - \cos \theta = (1 - \cos^2 \theta) - \cos \theta$
 $= -(\cos \theta + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4}$

$\cos \theta = X$ とおくと

$$y = -(X + \frac{1}{2})^2 + \frac{5}{4} \quad (-1 \leq X \leq 1) \quad \text{から}$$

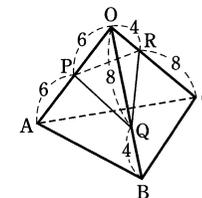
$X = -\frac{1}{2}$ ($\cos \theta = -\frac{1}{2}$ から $\theta = 120^\circ$) のとき 最大値 $y = \frac{5}{4}$
 $X = 1$ ($\cos \theta = 1$ から $\theta = 0^\circ$) のとき 最小値 $y = -1$ } 圈

(2) (1) から $-1 \leq \sin^2 \theta - \cos \theta \leq \frac{5}{4}$ であるから、 $\sin^2 \theta - \cos \theta = a$ が解をもつような定数 a の値の範囲は $-1 \leq a \leq \frac{5}{4}$ 圈



B

- 352 1辺の長さが12の正四面体 OABC がある。辺OA, OB, OC上に、それぞれ点P, Q, Rを $OP = 6, OQ = 8, OR = 4$ となるようにとる。
 (1) $\triangle PQR$ の面積を求めよ。
 (2) 四面体 OPQR に内接する球の半径を求めよ。



発展

- 353 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $6 \cos^2 \theta + 5 \cos \theta - 4 = 0$ を満たす θ を求めよ。
 (2) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき $2 \cos^2 \theta + 3 \sin \theta - 3 = 0$ を満たす θ を求めよ。

- *354 $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ のとき、 $f(\theta) = 4 \sin^2 \theta - 4 \cos \theta - 1$ について

- (1) $f(\theta) = 0$ を満たす θ を求めよ。
 (2) $y = f(\theta)$ の最大値, 最小値を求めよ。
 (3) $f(\theta) = a$ が解をもつように、定数 a の値の範囲を定めよ。

ヒント 354 $f(\theta)$ を $\cos \theta$ を用いて表す。 $\cos \theta = X$ において $f(\theta)$ を X の2次式と考える。

280 (1) $\sin\alpha = \frac{8}{17}, \cos\alpha = \frac{15}{17}, \tan\alpha = \frac{8}{15};$

$\sin\beta = \frac{15}{17}, \cos\beta = \frac{8}{17}, \tan\beta = \frac{15}{8}$

(2) $\sin\alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}, \cos\alpha = \frac{3}{4}, \tan\alpha = \frac{\sqrt{7}}{3};$

$\sin\beta = \frac{3}{4}, \cos\beta = \frac{\sqrt{7}}{4}, \tan\beta = \frac{3}{\sqrt{7}}$

(3) $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\alpha = 1;$

$\sin\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \cos\beta = \frac{1}{\sqrt{2}}, \tan\beta = 1$

[(2) $BC = \sqrt{7}$ (3) $AB = 3\sqrt{2}$]

281 (1) $x = 0.5736$ (2) $x = 0.1736$

(3) $x = 1.8807$ (4) $\theta = 14^\circ$ (5) $\theta = 26^\circ$

(6) $\theta = 76^\circ$

[(5) 三角比の表で 0.9 に近い方の角を選ぶ]

282 (1) $BC = 3\sqrt{3}, CA = 3$

(2) $AB = 2\sqrt{2}, CA = 2$

283 約 69 m [$40\sqrt{3}$ m]

284 $x = 4.5$ (m) [$x = 20\sin 13^\circ$]

285 75 m

[$OA = \sqrt{AB^2 - OB^2}$]

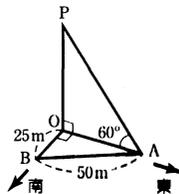
$= 25\sqrt{3},$

$OP = OA \tan 60^\circ$]

286 約 3 m

[ヒントの図から

$20 \cos 30^\circ \sin 10^\circ$]



287 10 m [$PQ = x$ (m) とすると

$AQ = PQ = x, BQ = \sqrt{3}x$ $\triangle AQB$ は直角

三角形であるから $20^2 = x^2 + (\sqrt{3}x)^2$]

288 (1) $BD = 20, CD = 5$

(2) $\cos\theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$

[(1) $BD = x$ とおくと $CD = 25 - x$

よって $x(25 - x) = 10^2, BD > CD$

(2) $AB = \sqrt{AD^2 + BD^2} = 10\sqrt{5}$]

289 $25(3 + \sqrt{3})$ m

[例題 37 参照。塔のある地点を C とする。

$PC = x$ とおくと $BC = \frac{x}{\sqrt{3}}$

$AC = PC$ であるから $50 + \frac{x}{\sqrt{3}} = x$

ゆえに $x = \frac{50\sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} = \frac{50\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}$]

290 (1) $\cos\theta = \frac{3}{5}, \tan\theta = \frac{4}{3}$

(2) $\sin\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}, \tan\theta = \frac{\sqrt{7}}{3}$

(3) $\sin\theta = \frac{3}{\sqrt{10}}, \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$

[(1) θ は鋭角により $\cos\theta = \sqrt{1 - \sin^2\theta}$,

$\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ (3) $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ から

$\cos\theta$ を求める。 $\sin\theta = \tan\theta \cos\theta$]

291 (1) $\cos 10^\circ$ (2) $\sin 40^\circ$ (3) $\frac{1}{\tan 28^\circ}$

292 (1) 1 (2) 1 (3) 1 (4) -1

[(2) $\sin 65^\circ = \sin(90^\circ - 25^\circ) = \cos 25^\circ$

(3) $\cos 70^\circ = \cos(90^\circ - 20^\circ) = \sin 20^\circ$

$\sin 70^\circ = \sin(90^\circ - 20^\circ) = \cos 20^\circ$

(4) $\tan 75^\circ = \tan(90^\circ - 15^\circ) = \frac{1}{\tan 15^\circ}$

よって (与式) $= \tan^2 15^\circ - \frac{1}{\cos^2 15^\circ}$

一般に $1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ から

$\tan^2\theta - \frac{1}{\cos^2\theta} = -1$]

293 [$A + B + C = 180^\circ$ から $\frac{B+C}{2} = 90^\circ - \frac{A}{2}$

$\cos \frac{B+C}{2} = \cos(90^\circ - \frac{A}{2}) = \sin \frac{A}{2}$

$\sin \frac{B+C}{2} = \sin(90^\circ - \frac{A}{2}) = \cos \frac{A}{2}$

から (左辺) $= \sin^2 \frac{A}{2} + \cos^2 \frac{A}{2} = 1$]

294 (1) 2 (2) 0 [(1) $(\sin\theta + \cos\theta)^2$

$= \sin^2\theta + \cos^2\theta + 2\sin\theta \cos\theta = 1 + 2\sin\theta \cos\theta$

$(\sin\theta - \cos\theta)^2 = 1 - 2\sin\theta \cos\theta$

(2) $(1 - \sin\theta)(1 + \sin\theta) = 1 - \sin^2\theta = \cos^2\theta$

$1 + \tan^2\theta = \frac{1}{\cos^2\theta}$ から $\frac{1}{1 + \tan^2\theta} = \cos^2\theta$]

295 (1) $\cos\theta = \frac{2\sqrt{2}}{3}, \tan\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$

(2) $\sin\theta = \frac{\sqrt{30}}{6}, \cos\theta = \frac{1}{\sqrt{6}}$ (3) 1

[(1) 問題 290 (1) 参照 (2) 問題 290 (3) 参照

(3) 問題 292 (2) 参照]

296 順に $\sin\theta : 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{3}}{2}, (1),$

$\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, (\frac{1}{2}), 0$

$\cos\theta : 1, (\frac{\sqrt{3}}{2}), \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{2}, 0, (-\frac{1}{2}),$

$-\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{3}}{2}, -1$

$\tan\theta : (0), \frac{1}{\sqrt{3}}, 1, (\sqrt{3}),$ なし, $-\sqrt{3},$

$(-1), -\frac{1}{\sqrt{3}}, 0$

297 (1) 鋭角 (2) 鈍角 (3) 鋭角

298 (1) $\sin 24^\circ$ (2) $-\cos 24^\circ$

(3) $-\tan 24^\circ$ (4) $\cos 27^\circ$ (5) $\sin 27^\circ$

(6) $\frac{1}{\tan 27^\circ}$ (7) $\cos 20^\circ$ (8) $-\sin 3^\circ$

(9) $-\frac{1}{\tan 27^\circ}$

299 (1) 順に 0.8192, -0.5736, -1.4281

(2) 順に 0.2588, -0.3907, -7.1154

300 (1) $\frac{\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$ (2) 0 [三角比の公

式を利用して小さい角の三角比で表してみる。

(1) $\sin 120^\circ = \sin(180^\circ - 60^\circ) = \sin 60^\circ$

$\cos 135^\circ = \cos(180^\circ - 45^\circ) = -\cos 45^\circ$

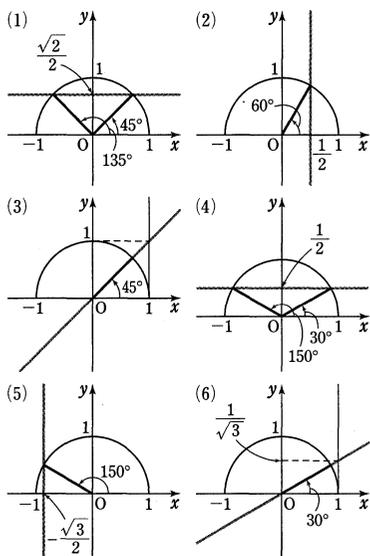
$\tan 150^\circ = \tan(180^\circ - 30^\circ) = -\tan 30^\circ$

(2) $\sin 110^\circ = \sin(180^\circ - 70^\circ) = \sin 70^\circ$

$=\sin(90^\circ-20^\circ)=\cos 20^\circ$
 $\cos 160^\circ=\cos(180^\circ-20^\circ)=-\cos 20^\circ$
 $\tan 170^\circ=\tan(180^\circ-10^\circ)=-\tan 10^\circ$

- 301** (1) $x=11^\circ, 169^\circ$ (2) $-\sin 40^\circ$
 [(1) 三角比の表から $x=11^\circ$ $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ であるから $180^\circ-11^\circ=169^\circ$ も解。
 (2) $\cos 130^\circ=\cos(180^\circ-50^\circ)=-\cos 50^\circ$
 $=-\cos(90^\circ-40^\circ)=-\sin 40^\circ$]

- 302** (1) $\theta=45^\circ, 135^\circ$ (2) $\theta=60^\circ$
 (3) $\theta=45^\circ$ (4) $\theta=30^\circ, 150^\circ$
 (5) $\theta=150^\circ$ (6) $\theta=30^\circ$ [参考図参照]



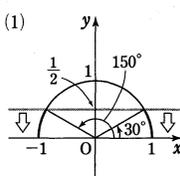
- 303** (1) $\cos \theta = \frac{\sqrt{21}}{5}, \tan \theta = \frac{2\sqrt{21}}{21}$;
 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{21}}{5}, \tan \theta = -\frac{2\sqrt{21}}{21}$
 (2) $\sin \theta = \frac{5}{13}, \tan \theta = -\frac{5}{12}$
 (3) $\sin \theta = \frac{3\sqrt{10}}{10}, \cos \theta = -\frac{\sqrt{10}}{10}$
 [(1) $\cos \theta = \pm \sqrt{1-\sin^2 \theta}, \tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
 (3) $1+\tan^2 \theta = \frac{1}{\cos^2 \theta}$ から $\cos \theta$ を求める。
 $\sin \theta = \tan \theta \cos \theta$ 問題 290 (鋭角の場合) と比較]

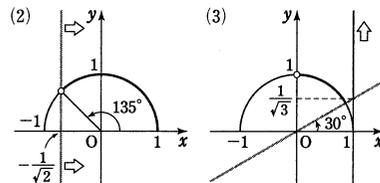
- 304** (1) 30° (2) 135° (3) 60°

- 305** [$\alpha+\beta+\gamma=180^\circ$
 (1) $\sin(\beta+\gamma)=\sin(180^\circ-\alpha)=\sin \alpha$
 (2) $\cos(\beta+\gamma)=\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos \alpha$]
306 (1) $\cos \theta = \frac{12}{13}, \tan \theta = \frac{5}{12}$;
 $\cos \theta = -\frac{12}{13}, \tan \theta = -\frac{5}{12}$ (2) 150°
 [(1) 問題 303(1)参照 (2) $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x + \frac{1}{\sqrt{3}}$]

- 307** (1) $3 \leq \sin \theta + 3 \leq 4$
 (2) $-6 \leq 4 \cos \theta - 2 \leq 2$
 (3) $0 \leq -2 \cos \theta + 1 \leq 1 + \sqrt{3}$
 (4) $-2 \leq \sqrt{3} \tan \theta - 3 < 0$
 [(3) $60^\circ \leq \theta \leq 150^\circ$ のとき $-\frac{\sqrt{3}}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{1}{2}$
 (4) $30^\circ \leq \theta < 60^\circ$ のとき $\frac{1}{\sqrt{3}} \leq \tan \theta < \sqrt{3}$]

- 308** (1) 15° (2) 75°
 [(1) $60^\circ-45^\circ$ (2) $180^\circ-(135^\circ-30^\circ)$]
309 [(1) (左辺) $=\cos \theta \cdot \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$
 (2) (左辺) $=1-\cos^2 \theta$
 (3) (左辺) $=\tan^2 \theta \cdot \cos^2 \theta$
 (4) (左辺) $=\frac{\sin \theta \cos \theta \cdot \cos \theta}{(1+\sin \theta) \sin \theta} = \frac{\cos^2 \theta}{1+\sin \theta}$
 $=\frac{1-\sin^2 \theta}{1+\sin \theta}$
 (5) (左辺) $=\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 (6) (左辺) $=\sin^2 \theta + 4 \sin \theta \cos \theta + 4 \cos^2 \theta$
 $+4 \sin^2 \theta - 4 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta$
 $=5(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$]

- 310** (1) 0.09 (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{1}{2}$
 [(1) $(1+\cos \theta)(1-\cos \theta)=1-\cos^2 \theta=\sin^2 \theta$
 (2) $(1+\sin \theta)(1-\sin \theta)=1-\sin^2 \theta$
 $=\cos^2 \theta = \frac{1}{1+\tan^2 \theta}$
 (3) $(\sin \theta + \cos \theta)^2 = 2$ から $(\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$
 $+2 \sin \theta \cos \theta = 2$]
311 (1) $0^\circ \leq \theta \leq 30^\circ$, (1) 
 $150^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$
 (2) $0^\circ \leq \theta < 135^\circ$
 (3) $30^\circ \leq \theta < 90^\circ$
 [参考図参照]



- 312** (1) $b=3\sqrt{6}$ (2) $B=30^\circ$ (3) $b=4\sqrt{2}$
 (4) $R = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ (5) $a=4\sqrt{2}$ (6) $B=60^\circ, 120^\circ$
 (7) $R=6$ (8) $C=30^\circ, 150^\circ$
313 (1) $a=2$ (2) $c=\sqrt{34}$ (3) $B=135^\circ$
 (4) $C=60^\circ$

- 314** (1) 鈍角三角形 (2) 鋭角三角形
 (3) 直角三角形 [(1) $11^2 > 9^2 + 4^2$
 (2) $12^2 < 10^2 + 9^2$ (3) $10^2 = 8^2 + 6^2$]
315 (1) $A=30^\circ$ (2) $A=60^\circ, 120^\circ$
 (3) $c=2\sqrt{7}$ (4) $C=60^\circ$

- 316** $AC=\sqrt{19}, BD=7$
 $[AC^2=3^2+5^2-2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 60^\circ$
 $BD^2=3^2+5^2-2 \cdot 3 \cdot 5 \cos 120^\circ]$
317 (1) $2\sqrt{19}$ (2) $\cos B = \frac{7\sqrt{19}}{38}$

- (3) $AM=\sqrt{7}$ [(1) 余弦定理から
 $BC^2=4^2+6^2-2 \cdot 4 \cdot 6 \cos 120^\circ$
 (2) (1)の結果と余弦定理から
 $\cos B = \frac{4^2+(2\sqrt{19})^2-6^2}{2 \cdot 4 \cdot 2\sqrt{19}}$
 (3) (2)の結果と余弦定理から
 $AM^2=4^2+(\sqrt{19})^2-2 \cdot 4 \cdot \sqrt{19} \cos B]$

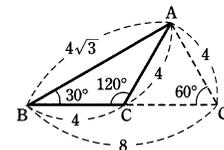
- 318** $AM=\sqrt{21}, AD=\sqrt{31}$ [$\cos B = \frac{7^2+8^2-5^2}{2 \cdot 7 \cdot 8}$
 $BM=4$ から $AM^2=7^2+4^2-2 \cdot 7 \cdot 4 \cos B$
 $BD=2$ から $AD^2=7^2+2^2-2 \cdot 7 \cdot 2 \cos B]$

- 319** [ヒントから $a^2+b^2 < c^2$ 正弦定理から
 $a=2R \sin A, b=2R \sin B, c=2R \sin C]$
320 [(1) $\sin A = \frac{a}{2R}$ など正弦定理を利用
 (2) $\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ など余弦定理を利用
 (3) 正弦定理, 余弦定理から辺の長さだけの式にする]

- 321** (1) $c=2, A=30^\circ, B=105^\circ$

- (2) $b=4\sqrt{3}, A=30^\circ, C=90^\circ$
 (3) $A=45^\circ, B=60^\circ, C=75^\circ$
 (4) $b=10\sqrt{3}, c=10, C=30^\circ$
 (5) $a=3+\sqrt{3}, A=75^\circ, B=45^\circ$
 (6) $a=8, A=90^\circ, C=60^\circ$;
 $a=4, A=30^\circ, C=120^\circ$

[(6) $\frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ から
 $\sin C = \frac{4\sqrt{3} \cdot \sin 30^\circ}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2}$
 よって $C=60^\circ$ または $C=120^\circ$]



(別解) $b^2=c^2+a^2-2ca \cos B$ から
 $16=48+a^2-12a$ よって $a=4, 8$

- 322** (1) $-\frac{1}{2}$ (2) 120° [$\angle C$ が最も大きい角]
323 $10\sqrt{6}$ m [$\angle BAC=180^\circ-(75^\circ+45^\circ)$
 $=60^\circ$ から $\frac{AB}{\sin 45^\circ} = \frac{30}{\sin 60^\circ}$]

- 324** $c=3, B=30^\circ, C=30^\circ$
325 (1) $2:3:4$ (2) $A=30^\circ, B=60^\circ,$
 $C=90^\circ, 1:\sqrt{3}:2$ (3) 120°
 [(1) 正弦定理から
 $a:b:c=\sin A:\sin B:\sin C$

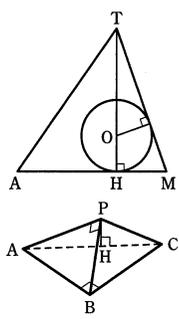
(2) $A = \frac{1}{1+2+3} \times 180^\circ$ B, C についても同様
 (3) $b+c=4k, c+a=5k, a+b=6k$
 $(k \neq 0)$ とおくと $a+b+c = \frac{15}{2}k$
 $a = \frac{7}{2}k, b = \frac{5}{2}k, c = \frac{3}{2}k$ 余弦定理利用]

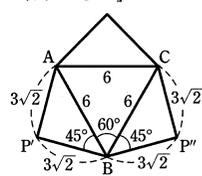
- 326** $C=120^\circ$ [$\sin A:\sin B:\sin C$
 $=\frac{a}{2R}:\frac{b}{2R}:\frac{c}{2R}=a:b:c$
 から $a=3k, b=5k, c=7k (k>0)$
 とおける。 $\angle C$ が最も大きい角であり,
 $\cos C = \frac{(3k)^2+(5k)^2-(7k)^2}{2 \cdot 3k \cdot 5k} = -\frac{1}{2}$]

- 327** 50 m [$\triangle PBH$ において $BH=PH=50$ (m)
 $\triangle PAH$ において $AH=\sqrt{3} PH=50\sqrt{3}$ (m)]

- △ABHにおいて余弦定理から
 $AB^2=50^2+(50\sqrt{3})^2-2\cdot 50\cdot 50\sqrt{3}\cos 30^\circ$
- 328** $100\sqrt{6}$ m [△ABCにおいて∠ACB=60°
 正弦定理から $\frac{AC}{\sin 45^\circ} = \frac{600}{\sin 60^\circ}$
 ゆえに $AC=200\sqrt{6}$
 △CAHにおいて $CH=\frac{1}{2}AC$]
- 329** (1) $C=90^\circ$ の直角三角形 (2) $b=c$ の二等辺三角形 (3) $a=b$ の二等辺三角形
 (4) $A=90^\circ$ または $B=90^\circ$ の直角三角形
 [正弦定理, 余弦定理を利用して,
 $\sin A$ 等, $\cos A$ 等を a, b, c, R で表す。
 (1) $\sin A = \frac{a}{2R}$ 等から $a^2+b^2=c^2$
 (2) $\sin B = \frac{b}{2R}$, $\cos C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$ 等から
 $\frac{b}{2R} \cdot \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{c}{2R} \cdot \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$
 (3) $\cos B = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ から $c=2a \cdot \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$
 (4) $\cos A = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ 等から
 $a \cdot \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} + b \cdot \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca} = c \cdot \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$
 両辺に $2abc$ を掛けて整理すると
 $(a^2-b^2-c^2)(a^2-b^2+c^2)=0$]
- 330** (1) $14\sqrt{2}$ (2) $5\sqrt{3}$ (3) $\frac{15\sqrt{7}}{4}$
 (4) $25\sqrt{3}$ (5) $\sqrt{3}-1$
 [(3) $\cos C = \frac{4^2+5^2-6^2}{2\cdot 4\cdot 5}$ $S = \frac{1}{2}ab\sin C$
 (4) △ABC は 1 辺の長さが 10 の正三角形
 (5) $C=45^\circ$]
- 331** (1) $b=\frac{16}{3}$ (2) $\sqrt{3}$
- 332** (1) $24\sqrt{3}$ (2) $8n\sin\frac{360^\circ}{n}$
- 333** (1) $\frac{8\sqrt{5}}{25}$ (2) $\frac{\sqrt{305}}{25}$ (3) $\sqrt{61}$
- 334** (1) $3\sqrt{3}$ (2) $BC=\sqrt{13}$
 (3) $AH=\frac{6\sqrt{39}}{13}$ [(2) 余弦定理から
 (3) $S=\frac{1}{2}BC\cdot AH$ から $3\sqrt{3}=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot AH$]

- 335** (1) $\cos A = -\frac{1}{2}$ (2) $S = \frac{15\sqrt{3}}{4}$
 (3) $R = \frac{7\sqrt{3}}{3}$ (4) $r = \frac{\sqrt{3}}{2}$ [例題 41 参照]
- 336** (1) $BD=7$ (2) $\cos C = -\frac{1}{5}$
 (3) $\frac{15\sqrt{3}}{4} + 4\sqrt{6}$
 [(3) $\sin C = \sqrt{1-\cos^2 C} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$
 (四角形 ABCD) = △ABD + △BCD]
- 337** (1) $6\sqrt{6}$ (2) $80\sqrt{3}$
- 338** (1) $\sqrt{39}$ (2) $\sqrt{13}$ (3) $\frac{35\sqrt{3}}{4}$
 [(1) $\angle B = 180^\circ - \angle D$ (2) $R = \frac{AC}{2\sin B}$]
- 339** (1) $\sqrt{10}$ (2) $\sqrt{2}$ (3) 7
 [(2) $DA=x$ とおくと $10=x^2+4-2\cdot 2x\cos D$]
- 340** (1) $\frac{7}{2}$ (2) $\frac{7\sqrt{15}}{4}$ (3) 1:3
 [(1), (2) 例題 42 参照
 (3) $BE:ED = \triangle ABC : \triangle ACD$
 $= \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \sin B : \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \sin(180^\circ - B)$]
- 341** (1) $\frac{\sqrt{6}}{6}$ (2) $\frac{\sqrt{11}}{2}$ (3) $\frac{\sqrt{66}}{11}$
 [例題 43 参照]
- 342** (1) $\frac{\sqrt{21}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{15}}{3}$ (3) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
 (4) $\sqrt{5}$ [H は △ABC の外接円の中心
 (1) 正弦定理から $\frac{\sqrt{7}}{\sin \angle ABC} = 2AH$
 余弦定理から $(\sqrt{7})^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cos \angle ABC$
 (2) $PH^2 = PA^2 - AH^2$
 (3) $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sin \angle ABC$
 (4) 四面体 PABC = $\frac{1}{3} \cdot \triangle ABC \cdot PH$]
- 343** (1) $\triangle AFC = \frac{7}{2}$, $\triangle BAF = \frac{3}{2}$,
 $\triangle BFC = 3$, $\triangle BAC = 1$ (2) 1 (3) $\frac{1}{3}$
 [(1) $AC = \sqrt{5}$, $AF = \sqrt{10}$, $FC = \sqrt{13}$
 $\cos \angle CAF = \frac{5+10-13}{2\cdot \sqrt{5}\cdot \sqrt{10}}$

- $\triangle AFC = \frac{1}{2}AF \cdot AC \sin \angle CAF$
 また, $\triangle BAF = \frac{1}{2}BA \cdot BF$,
 $\triangle BFC = \frac{1}{2}BF \cdot BC$, $\triangle BAC = \frac{1}{2}BA \cdot BC$
 (2) (四面体 B-AFC の体積)
 $= (\frac{1}{2}BA \cdot BF) \times BC \div 3$
 (3) (四面体 B-AFC の体積)
 $=$ (四面体 B-AFC の表面積)
 \times (内接球の半径) $\div 3$]
- 344** (1) $4\sqrt{3}$ (2) $144\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{6}$
 [(1) △THA ≡ △THB ≡ △THC から
 $HA=HB=HC$ よって
 AH (△ABC の外接円の半径) = $\frac{BC}{2\sin A}$
 (2) $TH = \sqrt{TA^2 - AH^2}$, $V = \frac{1}{3} \cdot \triangle ABC \cdot TH$
 (3) 内接球の中心を I とすると
 $V = (ITAB) + (ITBC) + (ITCA) + (IABC)$
 $=$ (四面体の表面積) \times (内接球の半径) $\div 3$
 (別解) 3 点 T, A, H を通る断面を考える。
 球の中心を O, BC の中点を M とすると
 $TO : r = TM : HM$]
- 
- 345** (1) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$
 (2) $\frac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2}$
 [(1) P から底面 ABC に下ろした垂線の交点を H とすると, H は △ABC の外心。
 △ABC は $\angle B=90^\circ$ の直角三角形であるから, H は辺 AC の中点により $AH = \sqrt{3}$
 $PH = \sqrt{PA^2 - AH^2} = 1$
 (三角錐 PABC) = $(\triangle ABC) \times PH \div 3$
 (2) $\triangle ABC = 2\sqrt{2}$ ($\angle ABC = 90^\circ$)
 $\triangle PAB = 2$ ($\angle APB = 90^\circ$)
 $\triangle PBC = \sqrt{3}$ ($\angle BPC = 60^\circ$)
 $\triangle PCA = \sqrt{3}$ ($\cos \angle APC = -\frac{1}{2}$)

- 三角錐 PABC に内接する球の半径を r とすると
 $r(2+\sqrt{3}+\sqrt{3}+2\sqrt{2}) \div 3 = \frac{2\sqrt{2}}{3}$]
- 346** $\frac{28\sqrt{2}}{11}$ [△ABC = △ABD + △ADC
 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 7 \cdot \sin 90^\circ = 14$
 $\triangle ABD = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot AD \sin 45^\circ = \frac{7\sqrt{2}}{4} AD$
 $\triangle ADC = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot AD \sin 45^\circ = \sqrt{2} AD$]
- 347** $AD=3\sqrt{2}$, $AM = \frac{\sqrt{79}}{2}$
 $[\cos B = \frac{4^2+5^2-6^2}{2\cdot 4\cdot 5} = \frac{1}{8}$, $BD = 5 \times \frac{4}{4+6} = 2$
 $AD^2 = 4^2 + 2^2 - 2 \cdot 4 \cdot 2 \cdot \frac{1}{8}$
 $AM^2 = 4^2 + (\frac{5}{2})^2 - 2 \cdot 4 \cdot \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{8}]$
- 348** (1) $DA = DB = 2$, $AB = \sqrt{6} + \sqrt{2}$
 (2) $\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$,
 $\sin 75^\circ = \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$, $\cos 105^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$
 [(1) $\angle ADC = 15^\circ \times 2 = 30^\circ$ から $AD = 2$,
 $DC = \sqrt{3}$
 $AB^2 = AC^2 + BC^2 = 1^2 + (2+\sqrt{3})^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{2})^2$
 (2) $\sin 15^\circ = \frac{AC}{AB}$, $\sin 75^\circ = \frac{BC}{AB}$,
 $\cos 105^\circ = \cos(180^\circ - 75^\circ) = -\cos 75^\circ$
 $= -\cos(90^\circ - 15^\circ) = -\sin 15^\circ$]
- 349** (1) $2\sqrt{29}$ (2) $2\sqrt{41}$ [(1) $\sqrt{4^2+6^2+8^2}$
 (2) 点 A から出て点 G へ行く場合, 広げた長方形 ABFGCD, ABCGHD, ABCGFE, ABFGHE, AEF GHD, ADCGHE を通る場合を考える。
 したがって $\sqrt{4^2+(6+8)^2}$, $\sqrt{6^2+(8+4)^2}$,
 $\sqrt{8^2+(4+6)^2}$ のうちで最小のもの]
- 350** $3\sqrt{3}+3$
 [展開図をかくと右の図のようになる。
 $\cos \angle P'BA$
 $= \frac{(3\sqrt{2})^2 + 6^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \cdot 3\sqrt{2} \cdot 6}$
- 

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ から } \angle P'BA = 45^\circ$$

$$P'P''^2 = (3\sqrt{2})^2 + (3\sqrt{2})^2 - 2(3\sqrt{2})(3\sqrt{2})\cos 150^\circ$$

351 $3\sqrt{3}$ [母線 PA

で展開図を切り開くと
右の図のようになる。

$\angle APA' = \theta$ とすると
扇形の弧 AA' の長さ

は底面の円周の長さに等しいから、

$$2\pi \cdot 3 \cdot \frac{\theta}{360} = 2\pi \cdot 1 \quad \text{最短距離 } AA' \text{ は}$$

$$AA'^2 = 3^2 + 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot 3 \cos \theta$$

352 (1) $10\sqrt{3}$ (2) $\frac{4\sqrt{6}}{9}$

[(1) $\triangle OPQ$ において余弦定理から

$$PQ = 2\sqrt{13} \quad \text{同様に } QR = 4\sqrt{3}, RP = 2\sqrt{7}$$

(2) 四面体 $OPQR$ の内接球の半径を r とす

ると (四面体 $OPQR$) = (表面積) $\times r \div 3$

$$= (\text{正四面体 } OABC) \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3}$$

353 (1) $\theta = 60^\circ$ (2) $\theta = 30^\circ, 90^\circ, 150^\circ$

[(1) $(3\cos\theta + 4)(2\cos\theta - 1) = 0$ から

$$\cos\theta = \frac{1}{2} \quad (2) \quad 2\sin^2\theta - 3\sin\theta + 1 = 0]$$

354 (1) $\theta = 60^\circ$ (2) $\theta = 120^\circ$ のとき最大値

4, $\theta = 0^\circ$ のとき最小値 -5 (3) $-5 \leq a \leq 4$

[(1) 問題 353 参照 (2)(3) 例題 47 参照]

